

۱

سوال ۱ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

نتایج آزمایش‌های ویلکینز و فرانکلین به این صورت است: ۱) دنا دارای حالت مارپیچی است. ۲) دنا، بیش از یک رشته دارد. ۳) تشخیص ابعاد مولکول دنا. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مربوط به نکات ارائه شده توسط واتسون و کریک است.

گزینه «۲»: با استفاده از پرتوی ایکس، ویلکینز و فرانکلین از مولکول دنا تصویری تهیه کردند. با بررسی این تصاویر در مورد ساختار دنا نتایجی را به دست آوردند از جمله اینکه دنا (نه هر رشته پلی‌نوکلئوتیدی!) حالت مارپیچی دارد.

گزینه «۴»: طبق مدل نردبان مارپیچ واتسون و کریک، در عرض یک مولکول دنا در هر پله ۳ حلقه وجود دارد؛ ۲ حلقه مربوط به باز آلی پورین و ۱ حلقه مربوط به باز آلی پیریمیدین.

۲

سوال ۲ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

همه موارد صحیح هستند. منظور سوال مرحله دوم و سوم است. بررسی همه موارد:

الف) در مرحله اول (مرحله قبل از مرحله دوم) باکتری‌های زنده پوشینه‌دار و در مرحله دوم (مرحله قبل از مرحله سوم) باکتری‌های زنده فاقد پوشینه به موش تزریق شد.

ب) ابتدا به مرحله دوم می‌پردازیم؛ در مرحله قبل از آن (مرحله اول) موش مُرد، در مرحله بعد از آن (مرحله سوم) موش زنده ماند.

درباره مرحله سوم نیز می‌توان گفت، در مرحله قبل از آن (مرحله دوم) موش زنده ماند، در مرحله بعد از آن (مرحله چهارم) موش مرد.

ج) در مرحله سوم و چهارم از گرما برای کشتن باکتری‌های پوشینه‌دار زنده استفاده شد که طی آن گرما از پوشینه عبور کرد. با توجه به شکل ۱ صفحه ۲ کتاب دوازدهم، ضخامت پوشینه باکتری مدنظر (استرپتوکوکوس نومونیا) کمتر از $200nm$ است.

د) در مرحله چهارم، باکتری‌های زنده فاقد پوشینه (مانند مرحله دوم) و باکتری‌های پوشینه‌دار کشته شده (مانند مرحله سوم) به موش تزریق می‌شوند.

۳

سوال ۳ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

وقتی نوکلئوتیدهای سه‌فسفات به یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی اضافه می‌شوند، دو فسفات خود را از دست می‌دهند و این به منزله از دست دادن پیوندهای پرانرژی موجود در نوکلئوتید می‌باشد، لذا این نوکلئوتید توانایی تأمین انرژی نخواهد داشت. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر این نوکلئوتید، نوکلئوتید ابتدایی یا انتهایی یک رشته باشد، آنگاه توانایی ایجاد فقط یک پیوند فسفودی‌استر را دارد و لفظ پیوند «های» فسفودی‌استر برای آن نادرست می‌باشد.

گزینه «۲»: برای نوکلئوتیدهای آدنین‌دار و تیمین‌دار صدق نمی‌کند.

گزینه «۴»: اگر این نوکلئوتید، نوکلئوتید ابتدایی نوعی نوکلئیک‌اسید خطی باشد به‌وسیله گروه هیدروکسیل موجود در ساختار خود پیوند فسفودی‌استر برقرار می‌کند.

۴

گزینه درست: ۲

سوال ۴

گزینه «۲»

حلقه شش ضلعی در باز آلی تک حلقه‌ای به حلقه پنج ضلعی قند و حلقه شش ضلعی در باز آلی دو حلقه‌ای به دیگر حلقه باز آلی که پنج ضلعی است متصل می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در دنا ی خطی (نه حلقوی) حلقه پنج ضلعی قند موجود در نوکلئوتید انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی به گروه هیدروکسیل آزاد انتهایی متصل است.

گزینه «۳»: اتصال بین بازهای آلی که بین دو حلقه ۶ ضلعی و با پیوند هیدروژنی صورت می‌گیرد، خود به خودی است و برای شکل‌گیری آن، واکنش سنتز آبدهی انجام نمی‌شود.

گزینه «۴»: گروه فسفات به باز آلی متصل نمی‌شود.

۵

گزینه درست: ۲

سوال ۵

گزینه «۲»

فقط مورد «د» جمله را به درستی کامل می‌کند.

د: طبق قانون چارگاف در هر مولکول دنا در مقابل هر باز آلی دو حلقه‌ای آدنین یک باز آلی تک حلقه‌ای تیمین قرار می‌گیرد پس تعداد بازهای آلی پورین و پیریمیدین با هم برابر است. بررسی سایر موارد:

الف) در یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی لزوماً تعداد بازهای سیتوزین و گوانین با هم برابر نیستند و این قانون درباره مولکول دنا صدق می‌کند نه یک رشته آن!!!

ب) دقت کنید که درون هسته علاوه بر نوکلئوتیدهای درون مولکول دنا، نوکلئوتیدهای آزاد تکی هم وجود دارد. در واقع تعداد آدنین و تیمین در مولکول دنا با هم برابر است اما درون هسته چون تعدادی نوکلئوتید آزاد هم وجود دارد، تعداد کل نوکلئوتیدهای آدنین‌دار و تیمین‌دار با هم برابر نیست.

ج) در مولکول رنا اینطور نیست!!! چون قانون چارگاف مربوط به مولکول‌های دنا بود که نوکلئیک‌اسیدهای دو رشته‌ای هستند در صورتی که در مولکول رنا که معمولا نوکلئیک‌اسیدی تک رشته‌ای است لزوماً تعداد بازهای آلی سیتوزین با بازهای آلی گوانین برابر نیست پس این مورد برای رنا صدق نمی‌کند.

۶

گزینه درست: ۴

سوال ۶

گزینه «۴»

همه موارد عبارت مورد نظر را به نادرستی تکمیل می‌کنند. بررسی همه موارد:

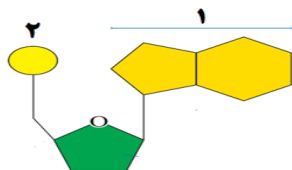
الف) آزمایش سوم ایوری و همکارانش، آزمایشی بود که پس از مورد قبول قرار نگرفتن نتایج به دست آمده از آزمایشات قبلی انجام شد. در آزمایش اول برای نخستین بار ایوری و همکارانش به این نتیجه رسیدند که پروتئین‌ها ماده وراثتی نمی‌باشند.

ب) آزمایش دوم آزمایشی بود که در آن از آنزیم‌های تخریب‌کننده استفاده نشد. در این آزمایش از چندین محیط کشت که از یک نوع بودند، استفاده شد.

ج) در تمام آزمایش‌های ایوری و همکارانش به دنبال انتقال صفت باکتری‌های پوشینه‌دار ایجاد شدند. تنها در آزمایش دوم از سانتریفیوژ استفاده شد. سانتریفیوژ مولکول‌ها را براساس چگالی آن‌ها از یکدیگر تفکیک می‌کند.

د) در آزمایش اول و سوم پروتئین‌ها تخریب شدند. منظور از مولکولی با چهار نوع واحد تکرارشونده، نوکلئیک‌اسید می‌باشند. در آزمایش اول تنها به این پی بردند که پروتئین‌ها ماده وراثتی نمی‌باشند.

۷



گزینه درست: ۲

سوال ۷

گزینه «۲»

شماره ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهنده باز آلی و گروه فسفات در نوکلئوتید است. بازهای آلی در تشکیل پیوندهای هیدروژنی با نوکلئوتیدهای دیگر و فسفات ها در تشکیل پیوند فسفودی استر با نوکلئوتیدهای دیگر شرکت دارند. وقتی در نوعی نوکلئیک اسید، برخی از فسفات ها در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت نکنند، یعنی مولکول ما دنا یا رنای خطی است. رنای خطی تنها دارای یک رشته پلی نوکلئوتیدی می باشد. بررسی سایر گزینه ها:

(۱) رناهای حلقوی فاقد دو انتهای متفاوت می باشند.

(۳) وقتی در نوعی نوکلئیک اسید، همه بازها پیوند هیدروژنی برقرار کنند، مولکول مد نظر نوعی دنا (خطی یا حلقوی) است. در مولکول های دنا قطعاً تعداد بازهای پورین و پیریمیدین برابر است.

(۴) وقتی در نوعی نوکلئیک اسید، همه فسفات ها در تشکیل پیوند فسفودی استر شرکت کنند، مولکول مد نظر دنا یا رنای حلقوی بوده است. در دنا و رنای حلقوی قطعاً تعداد پیوندهای قند-فسفات دو برابر تعداد پیوندهای فسفودی استر است.

۸

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

عامل بیماری سینه پهلوی نوعی باکتری به نام استرپتوکوکوس نومونیا می باشد. در دنا این جاندار، نوکلئوتیدهای دارای بازهای سیتوزین و گوانین بیشترین تعداد پیوندهای هیدروژنی را تشکیل می دهند. بررسی سایر گزینه ها:

(۱) نوکلئوتید دارای باز آلی گوانین، دارای سه حلقه آلی در ساختار خود می باشد. یکی مربوط به قند و دو حلقه مربوط به باز آلی.

(۲) نوکلئوتیدهایی که در ساختار دنا شرکت می کنند، دارای قند دئوکسی ریبوز هستند. نوکلئوتیدهایی که در ساختار رناتن شرکت می کنند دارای قند ریبوز می باشند.

(۴) در باکتری ها، دنا از نوع حلقوی می باشد. در این نوع مولکول های دنا، همه نوکلئوتیدها از طریق پیوند اشتراکی به دو نوکلئوتید دیگر متصل هستند.

۹

گزینه درست: ۴

سوال ۹

گزینه «۴»

دقت کنید قرارگیری جفت بازهای مکمل در مقابل یکدیگر باعث ثبات قطر دو رشته کنارهم می شود نه تغییر قطر آن ها!!!!

۱۰

گزینه درست: ۲

سوال ۱۰

گزینه «۲»

در آزمایش ایوری، به محیط کشت باکتری های بدون پوشینه، عصاره باکتری های پوشینه دار کشته شده وارد شد که پروتئین های آن جدا شده بود. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: در آزمایشات گریفیت ماهیت ماده وراثتی مشخص نشد.

گزینه «۳»: دقت کنید در آزمایش ایوری از موش استفاده نشده است.

گزینه «۴»: در آزمایشات ایوری فقط ماهیت ماده وراثتی کشف شد و در مورد نحوه انتقال آن اطلاعاتی بدست نیامد.

۱۱

سوال ۱۱ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

با توجه به آزمایشات چارگاف، می‌توان گفت نسبت مجموع آدنین و گوانین به مجموع تیمین و سیتوزین تقریباً برابر با یک است. نکته: در مولکول دنا، روابط مقابل برقرار است: پورین‌ها = پیریمیدین‌ها، نوکلئوتیدهای آدنین‌دار = نوکلئوتیدهای تیمین‌دار و نوکلئوتیدهای سیتوزین‌دار = نوکلئوتیدهای گوانین‌دار.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) چون واحدهای سازنده دنا از نوکلئوتید است، آنزیم پروتئاز (تخریب‌کننده پروتئین‌ها) بر آن اثری ندارد و دنا می‌تواند صفات را به باکتری‌های بدون پوشینه انتقال دهد.

۳) ویلکینز و فرانکلین با استفاده از اشعه ایکس توانستند پی ببرند که مولکول دنا ساختار مارپیچی دارد و قطعاً دارای بیش از یک رشته است.

۴) واتسون و کریک در مدل پیشنهادی خود اظهار داشتند که ساختار مولکول دنا همانند نردبانی است که به دور محور فرضی پیچیده شده است.

۱۲

سوال ۱۲ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

عامل بیماری سینه‌پهلو نوعی باکتری به نام استرپتوکوکوس نومونیا می‌باشد. در دنا این جاندار، نوکلئوتیدهای دارای بازهای سیتوزین و گوانین بیشترین تعداد پیوندهای هیدروژنی را تشکیل می‌دهند. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نوکلئوتید دارای باز آلی گوانین، دارای سه حلقه آلی در ساختار خود می‌باشد. یکی مربوط به قند و دو حلقه مربوط به باز آلی.

۲) نوکلئوتیدهایی که در ساختار دنا شرکت می‌کنند، دارای قند دئوکسی ریبوز هستند. نوکلئوتیدهایی که در ساختار رناتن شرکت می‌کنند دارای قند ریبوز می‌باشند.

۴) در باکتری‌ها، دنا از نوع حلقوی می‌باشد. در این نوع مولکول‌های دنا، همه نوکلئوتیدها از طریق پیوند اشتراکی به دو نوکلئوتید دیگر متصل هستند.

۱۳

سوال ۱۳ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ایوری دانشمندی بود که به دنبال آزمایشات خود به ماهیت ماده وراثتی پی‌برد. این دانشمند همانند گریفیت از عامل بیماری سینه‌پهلو یعنی باکتری استرپتوکوکوس نومونیا استفاده کرد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ویلکینز و فرانکلین در آزمایشات خود با استفاده از پرتوی ایکس، به ابعاد مولکول دنا پی‌بردند. این دانشمندان با بررسی تصاویر به‌دست آمده از مولکول دنا، نتایجی را به‌دست آوردند، از جمله این‌که دنا حالت مارپیچی و بیش از یک رشته (نه لزوماً دو رشته) دارد.

گزینه «۳»: چارگاف در طی آزمایش‌های خود به برابری بازهای آلی آدنین با تیمین در ساختار دنا پی‌برد. اما دلیل برابری نوکلئوتیدها را تحقیقات بعدی دانشمندان مشخص کرد.

گزینه «۴»: از نتایج آزمایش‌های گریفیت مشخص شد که ماده وراثتی می‌تواند از یاخته‌ای به یاخته دیگری منتقل شود ولی ماهیت این ماده و چگونگی انتقال آن مشخص نشد.

۱۴

سوال ۱۴ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

تنها موارد «ج» صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

الف) دقت کنید این عقیده دانشمندان قبل از آزمایشات چارگاف بوده است.

ب) دقت کنید بازهای آلی پورین و پیریمیدین در هر دو رشته دنا با هم برابر هستند نه در یک رشته!

د) دقت کنید فقط می‌توان گفت تعداد بازهای دوحلقه‌ای و تک حلقه‌ای برابر است و نمی‌توان نسبت هر نوع باز را جداگانه بررسی کرد.

۱۵

گزینه درست: ۳

سوال ۱۵

گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

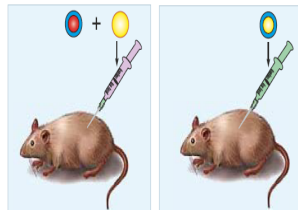
گزینه ی «۱»: باکتری‌های فاقد پوشینه این توانایی را ندارند.

گزینه ی «۲»: با توجه به شکل ۱ کتاب درسی در صفحه ی ۲، اندازه این باکتری‌ها بیش‌تر از $200nm$ است.

گزینه ی «۳»: همه جانداران درون سیتوپلاسم خود دارای رنا هستند که نوعی نوکلئیک اسید خطی است.

گزینه ی «۴»: باکتری‌ها همگی تک‌یاخته‌ای‌اند.

۱۶



تصویر (۲)

تصویر (۱)

گزینه درست: ۳

سوال ۱۶

گزینه «۳»

در هر دو تصویر عامل انتقال صفات یا دنا یافت می‌شود. در تصویر ۱، تزریق باکتری زنده پوشینه‌دار و در تصویر ۲، تزریق باکتری زنده بدون پوشینه به همراه باکتری پوشینه‌دار کشته شده با گرما نشان داده شده است.

۱۷

گزینه درست: ۳

سوال ۱۷

گزینه «۳»

در آزمایشات گرِفیت، مشخص شده بود که ماده وراثتی می‌تواند بین یاخته‌ها منتقل شود ولی ماهیت ماده وراثتی و چگونگی انتقال آن مشخص نشد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) با توجه به این که در سانتزفیفوژ، تفکیک مواد براساس تفاوت چگالی صورت می‌گیرد، بنابراین دنا و رنا به علت تفاوت در چگالی در یک لایه قرار نمی‌گیرند بنابراین در لایه‌ای که انتقال صفت رخ داد، رنا (دارای نوکلئوتید یوراسیل‌دار) وجود نداشت.

۲) عصاره مربوط به باکتری‌های کپسول‌دار کشته شده بود که با توجه به آزمایش گرِفیت باعث مرگ موش‌ها نمی‌شود.

۴) آن‌ها پس از استخراج عصاره باکتری‌های کپسول‌دار، آن را به چند قسمت تقسیم و به هر قسمت آنزیم مخرب تنها یک ماده آلی را افزودند.

۱۸

گزینه درست: ۳

سوال ۱۸

گزینه «۳»

بررسی‌های واتسون و کریک نشان دادند که DNA از دو رشته پلی‌نوکلئوتیدی تشکیل شده است که حول یک محور فرضی، به دور یک‌دیگر پیچیده‌اند. پیوندهای هیدروژنی بین بازها، دو رشته را کنار یک‌دیگر نگه می‌دارد که براساس رابطه مکملی بین جفت بازها است. جفت شدن بازهای مکمل اصل چارگاف را تایید می‌کند.

دقت کنید عامل بیماری سلیاک، پروتئین گلوتن می‌باشد و فاقد ماده ژنتیکی در ساختار خود است.



گزینه درست: ۴

سوال ۱۹

گزینه «۴»

تصاویر بدست آمده به کمک پرتو X حاصل کار ویلکینز و فرانکلین می باشد. با بررسی این تصاویر در مورد ساختار دنا نتیجه گرفتند که دنا حالت مارپیچی و بیش از یک رشته دارد. این بررسی ها نتایج دیگری نیز داشته است.

۲۰

گزینه درست: ۲

سوال ۲۰

گزینه «۲»

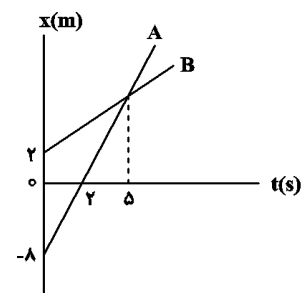
تعداد پیوندهای هیدروژنی بین C و G بیشتر از A و T است. بنابراین هر چه تعداد C و G بیشتر باشد، تعداد پیوندهای هیدروژنی بیشتر و مولکول دنا پایدارتر خواهد بود. بررسی سایر گزینه ها:

۱) در هر پله نردبان، یک باز پورینی (دو حلقه ای) و یک باز پیریمیدینی (تک حلقه ای) وجود دارد.

۳) پله های نردبان از پیوندهای هیدروژنی تشکیل شده اند ولی ستون های نردبان از پیوند کووالانسی تشکیل شده اند. پیوندهای هیدروژنی به تنهایی انرژی کمی دارند.

۴) قرارگیری جفت بازها باعث می شود قطر مولکول در سراسر آن یکسان باشد. چون در هر صورت یک باز تک حلقه ای در مقابل یک باز دو حلقه ای قرار می گیرد.

۱

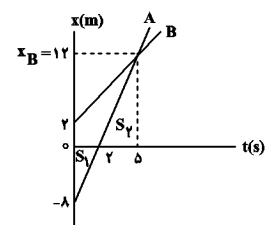


گزینه درست: ۴

سوال ۱

گزینه «۴»

روش اول: با توجه به نمودار مکان- زمان داده شده، متحرک A در لحظه $t = ۲s$ از مبدأ مکان می‌گذرد. بنابراین کافی است معادله مکان- زمان متحرک B را بیابیم و در معادله به جای t مقدار آن یعنی $۲s$ را قرار دهیم. به همین منظور از تشابه مثلث‌های $S_۱$ و $S_۲$ استفاده می‌کنیم:



$$\frac{x_B}{\Delta t} = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow x_B = ۱۲m$$

سرعت متحرک B برابر شیب خط B می‌باشد که برابر است با:

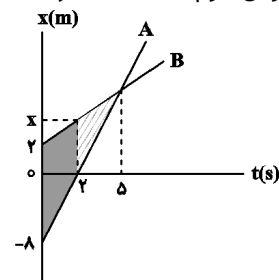
$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{۱۲ - ۲}{۵ - ۰} = ۲ \frac{m}{s}$$

در آخر با استفاده از معادله مکان- زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B} = ۲m} x_B = ۲t + ۲$$

$$\xrightarrow{t=۲s} x_B = (۲ \times ۲) + ۲ = ۶m$$

روش دوم: با استفاده از تشابه دو مثلث هاشورخورده داریم:



$$\frac{x}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow x = ۶m$$

۲

گزینه درست: ۴

سوال ۲

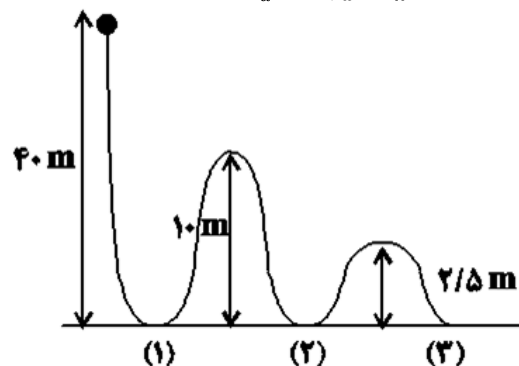
گزینه «۴»

با توجه به شکل و تعریف مسافت و جابه‌جایی، داریم:

$$\text{مسافت} = d = ۴۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۲/۵ + ۲/۵ = ۶۵m$$

$$|\Delta x| = \text{جابه‌جایی} = ۴۰m$$

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{۴۰}{۶۵} = \frac{۸}{۱۳} \quad \text{بنابراین:}$$



۳

گزینه درست: ۲

سوال ۳

گزینه «۲»

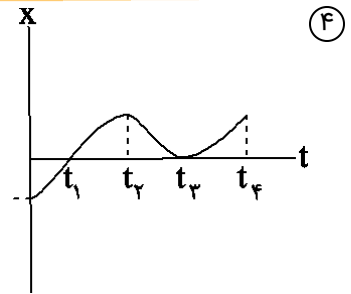
با توجه به این‌که متحرک در دو مرحله، کل مسیر حرکت را پیموده است، با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\begin{array}{c} \frac{4}{5}d \qquad \qquad \frac{1}{5}d \\ \hline \text{---} \end{array}$$

$$v_{av1} = v \qquad \qquad v_{av2} = \frac{1}{4}v$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{۴}{۵}d \\ \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av1}} = \frac{۴d}{۵v} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x_2 = \frac{1}{5}d \\ \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{av2}} = \frac{۴d}{۵v} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\frac{۴}{۵}d + \frac{1}{5}d}{\frac{۴d}{۵v} + \frac{۴d}{۵v}} = \frac{1}{\frac{۸}{۵v}} \Rightarrow v_{av} = \frac{۵}{۸}v$$



گزینه درست: ۳

سوال ۴

گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست: فقط در لحظه t_1 جهت بردار مکان عوض می‌شود.

(۲) نادرست: در لحظه‌های t_2 و t_3 جهت حرکت عوض می‌شود.

(۳) صحیح: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر با سرعت متحرک است. در لحظه t_3 شیب مماس برابر صفر است، پس $v_3 = 0$ و در لحظه t_1 شیب مثبت است، پس $v_1 > 0$. برای محاسبه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_3 - v_1}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{\Delta t} < 0$$

(۴) نادرست: در لحظه صفر، $x_0 < 0$ و در لحظه t_2 ، $x_2 > 0$ است. بنابراین برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{\Delta t} \neq 0$$

۵

گزینه درست: ۳

سوال ۵

گزینه «۳»

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 - (-5)}{5 - 2} = 6 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{t=4s} x - x_0 = 6 \times 4 = 24m$$

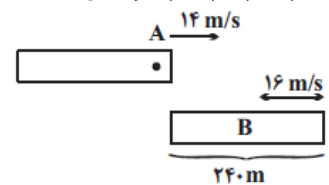
۶

گزینه درست: ۳

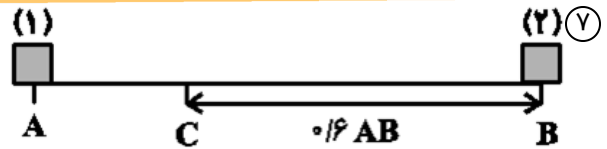
سوال ۶

گزینه «۳»

از لحظه‌ای که ابتدای دو قطار در کنار هم قرار می‌گیرد تا لحظه‌ای که انتهای قطار B به ابتدای قطار A می‌رسد، لوکوموتیوران قطار A ، قطار B را در کنار خود می‌بیند بنابراین مجموع اندازه جابه‌جایی‌های قطارهای A و B باید برابر با طول قطار B شود. داریم:



$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 240 \Rightarrow 14t + 16t = 240 \Rightarrow t = 8s$$



گزینه درست: ۳

سوال ۷

گزینه «۳»

با توجه به این که $BC = 0.6AB$ است، پس می‌توان نتیجه گرفت که $AC = AB - 0.6AB = 0.4AB$ است. از طرفی چون هر دو متحرک در نقطه C از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. پس تا قبل از رسیدن به C زمان سپری شده برای هر دو متحرک یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |\Delta x_{AC}| = |v_1| t \\ |\Delta x_{BC}| = |v_2| t \end{cases} \Rightarrow \frac{|\Delta x_{AC}|}{|\Delta x_{BC}|} = \frac{|v_1|}{|v_2|}$$

$$\frac{|\Delta x_{AC}| = 0.4|\Delta x_{AB}|}{|\Delta x_{BC}| = 0.6|\Delta x_{AB}|} \Rightarrow \frac{|v_1|}{|v_2|} = \frac{2}{3}$$

هنگامی که دو متحرک از کنار یکدیگر عبور کردند، متحرک (۱) جابه‌جایی BC و متحرک (۲) جابه‌جایی AC را خواهد داشت، پس داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_{AC}| = |v_2| t_2 \\ |\Delta x_{BC}| = |v_1| t_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{|\Delta x_{AC}|}{|\Delta x_{BC}|} = \frac{|v_2|}{|v_1|} \times \frac{t_2}{t_1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow t_1 = 4.5s$$

۸

گزینه درست: ۴

سوال ۸

گزینه «۴»

ابتدا سرعت حرکت قطار را بر حسب متر بر ثانیه محاسبه می‌کنیم:

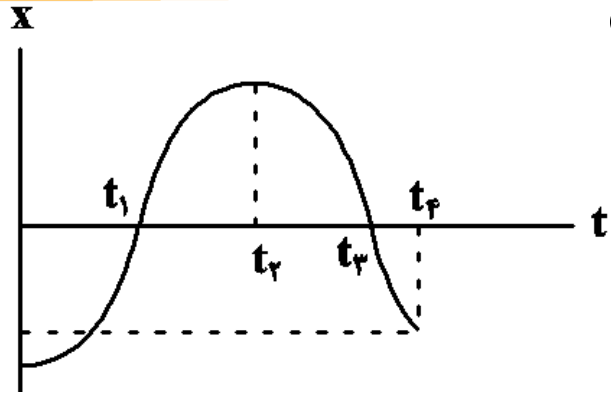
$$v = 112 \frac{km}{h} = \frac{112}{3.6} \frac{m}{s} = 31.1 \frac{m}{s}$$

چون طول پل بزرگتر از طول قطار است، بنابراین در طول حرکت قطار روی پل، حتماً لحظه‌هایی وجود دارد که قطار به‌طور کامل روی پل قرار دارد. از لحظه‌ای که قطار در آستانه ورود به پل است تا لحظه‌ای که به‌طور کامل روی پل قرار می‌گیرد، قطار مسافتی را به اندازه طول خود طی می‌کند. این مدت زمان برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 196 = 31.1 t \Rightarrow t = 6.3s$$

با همین استدلال برای لحظه‌ای که قطار در آستانه خروج از روی پل است تا زمانی که به‌طور کامل از روی پل عبور می‌کند، مدت زمان همان ۶.۳s به‌دست می‌آید. بنابراین در مجموع قطار به مدت ۱۲.۶s به‌طور کامل روی پل قرار ندارد.

۹



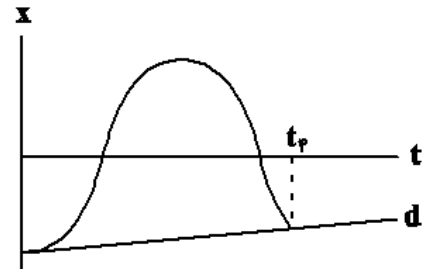
گزینه درست: ۳

سوال ۹

گزینه «۳»

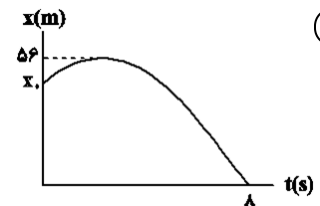
به بررسی هر یک از عبارات می‌پردازیم:

- (الف) درست: در لحظه‌هایی که متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند (t_3, t_1) ، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.
 (ب) درست: شیب خط واصل بین دو لحظه از نمودار مکان - زمان، سرعت متوسط بین آن دو لحظه را نشان می‌دهد.



- (پ) نادرست: فقط در لحظه t_2 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.
 (ت) نادرست: متحرک در لحظه t_2 بیشترین فاصله را از نقطه شروع حرکت خود (مبدأ حرکت) دارد.

۱۰



گزینه درست: ۲

سوال ۱۰

گزینه «۲»

سرعت متوسط، جابه‌جایی در واحد زمان است و طبق صورت سؤال، در ۸ ثانیه اول حرکت این متحرک، اندازه آن برابر با $4/5 \frac{m}{s}$ است.
 پس:

$$|v_{av}| = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 4/5 = \frac{|0 - x_0|}{8} \Rightarrow x_0 = 36m$$

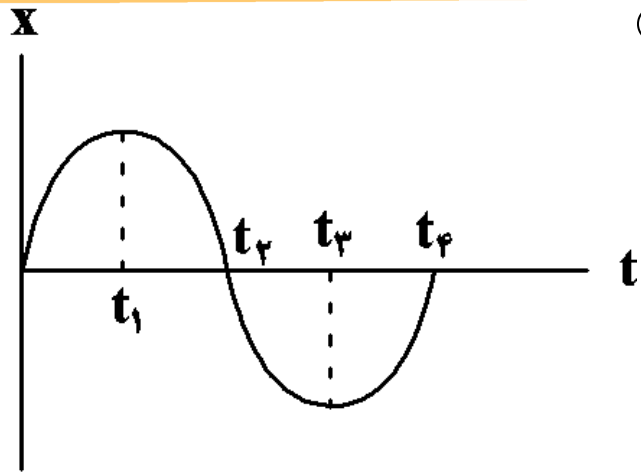
مسافت طی شده در ۸ ثانیه اول حرکت برابر است:

$$\ell = (56 - 36) + |0 - 56| = 76m$$

بنابراین تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{76}{8} \Rightarrow s_{av} = 9/5 \frac{m}{s}$$

۱۱



گزینه درست: ۲

سوال ۱۱

گزینه «۲»

در نمودار مکان - زمان، شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار، سرعت متوسط را نشان می‌دهد. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار، سرعت را نشان می‌دهد. با توجه به این نکات، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): در بازه t_1 تا t_3 شیب خط واصل منفی است، در نتیجه سرعت متوسط در این بازه منفی است. از لحظه t_1 تا t_2 ، اندازه شیب خط مماس افزایش و از لحظه t_2 تا t_3 اندازه شیب خط مماس کاهش می‌یابد. پس از t_1 تا t_2 تندی متحرک در حال افزایش و از t_2 تا t_3 تندی متحرک در حال کاهش است.

گزینه (۲): از t_1 تا t_2 سرعت متوسط منفی و تندی متحرک در حال افزایش است.

گزینه (۳): در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، سرعت متوسط منفی و تندی در حال کاهش است.

گزینه (۴): در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، سرعت متوسط مثبت و تندی در حال افزایش است.

۱۲

گزینه درست: ۱

سوال ۱۲

گزینه «۱»

با توجه به تعریف شتاب متوسط، تغییر سرعت در دو ثانیه اول و سه ثانیه بعد از آن را می‌یابیم.

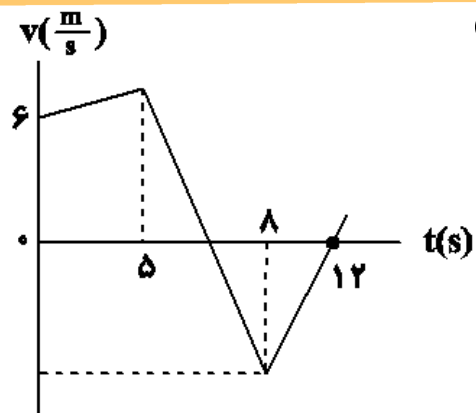
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 1/5 \vec{i} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{3} \Rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_0 = 3 \vec{i} \frac{m}{s} \\ -5/3 \vec{i} = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_2}{3} \Rightarrow \vec{v}_5 - \vec{v}_2 = -5 \vec{i} \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال تغییر سرعت در پنج ثانیه اول و پس از آن شتاب متوسط را در این پنج ثانیه می‌یابیم.

$$\begin{cases} \vec{v}_2 - \vec{v}_0 = 3 \vec{i} \\ \vec{v}_5 - \vec{v}_2 = -5 \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_5 - \vec{v}_0 = -2 \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{-2 \vec{i}}{5} \Rightarrow \vec{a}_{av} = -0.4 \vec{i} \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

۱۳

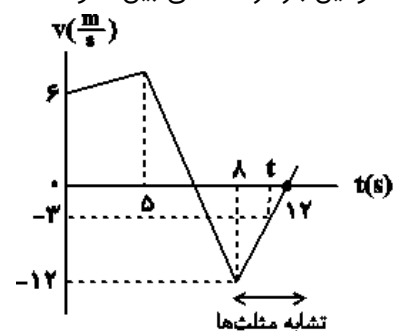


گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

سومین بار در لحظه‌ای بین ۸s و ۱۲s تندی متحرک نصف تندی اولیه یعنی $\frac{3}{2} \frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبه این زمان، داریم:



$$\text{تشابه مثلث‌ها} \Rightarrow \frac{12}{3} = \frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t = 11s$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{t=0} v_0 &= 6 \frac{m}{s}, \quad \xrightarrow{t=11s} v_{11} = -3 \frac{m}{s} \\ a_{av} &= \frac{v_{11} - v_0}{11 - 0} = \frac{-3 - 6}{11} = \frac{-9}{11} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{9}{11} \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

۱۴

گزینه درست: ۱

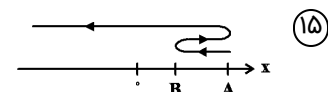
سوال ۱۴

گزینه «۱»

عبارت‌های «الف» و «ت» درست است. بررسی سایر عبارت‌ها:

(ب) نادرست: زیرا عقربه تندی‌سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد نه تندی متوسط را.

(پ) نادرست: زیرا متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، اگر در مکان‌های منفی در جهت مثبت محور x حرکت کند، دارای بردار مکان منفی خواهد بود.



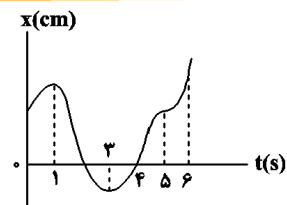
گزینه درست: ۲

سوال ۱۵

گزینه «۲»

متحرک از یک مکان مثبت (رد گزینه‌های «۱» و «۳») و در خلاف جهت محور x (رد گزینه «۴») شروع به حرکت کرده است و دو بار در مکان‌های A و B تغییر جهت داده و نهایتاً در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. با این توضیحات، نمودار مکان - زمان رسم شده در گزینه «۲» پاسخ صحیح این سوال است.

۱۶

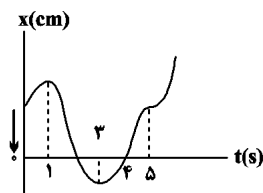


گزینه درست: ۴

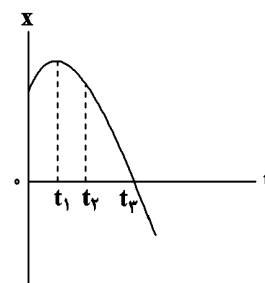
سوال ۱۶

گزینه «۴»

شرط تغییر جهت حرکت متحرک این است که باید اندازه سرعت صفر شده و علامت آن نیز عوض شود. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر است با سرعت لحظه‌ای. در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 3s$ هم شیب صفر شده یعنی اندازه سرعت صفر شده و هم علامت آن عوض شده یعنی متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظه $t = 5s$ شیب صفر شده، اما متحرک تغییر جهت نداده است بنابراین متحرک ۲ بار تغییر جهت و ۳ بار متوقف شده است. همچنین طبق نمودار بردار جابه‌جایی در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 4s$ در خلاف جهت محور x است.



۱۷

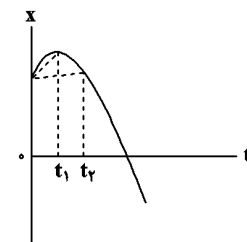


گزینه درست: ۴

سوال ۱۷

گزینه «۴»

الف) درست: شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متوسط متحرک می‌باشد. با توجه به اینکه شیب خط واصل بین بازه زمانی صفر تا t_1 بیشتر از صفر تا t_2 است، پس می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_1 بیشتر از سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_2 است.

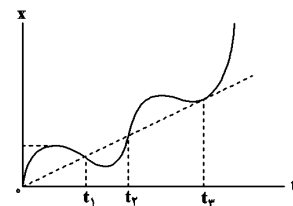


ب) نادرست: بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ مکان و انتهای آن مکان جسم است. بنابراین بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. پس بردار مکان متحرک در لحظه‌ای t_3 تغییر جهت می‌دهد نه لحظه t_1 .

پ) نادرست: متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 در جهت محور x و پس از آن در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، بنابراین سرعت آن ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت محور x است (دقت کنید که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_3 در خلاف جهت محور x است، نه سرعت لحظه‌ای آن در کل بازه).

ت) نادرست: متحرک هنگامی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شود و تغییر علامت دهد که این اتفاق در لحظه t_1 می‌افتد.

۱۸



گزینه درست: ۲

سوال ۱۸

گزینه «۲»

هر یک از عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

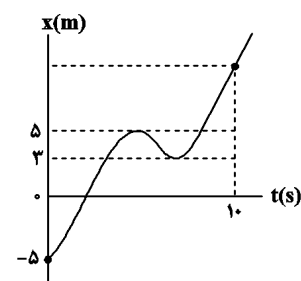
الف) نادرست: خط مماس بر نمودار در لحظاتی افقی است و بنابراین متحرک در آن لحظه‌ها متوقف شده است.

ب) نادرست: چون شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 تا t_2 با شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_3 برابر است، بنابراین سرعت

متوسط در بازه t_1 تا t_2 برابر با سرعت لحظه‌ای در لحظه t_3 است ولی درباره تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد.

پ) درست: در هر کدام از بازه‌های زمانی صفر تا t_1 ، t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 ، مسافتی که متحرک در جهت محور X طی می‌کند، از مسافتی که در خلاف جهت محور X طی می‌کند، بیش‌تر است و بنابراین در مجموع سه بازه یعنی صفر تا t_3 ، مجموع مسافت‌های طی شده در جهت محور X بیش‌تر از مجموع مسافت‌های طی شده در خلاف جهت محور X است.

۱۹

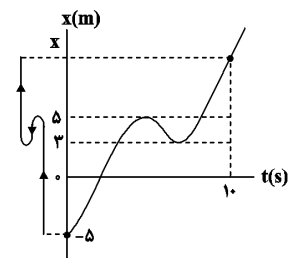


گزینه درست: ۳

سوال ۱۹

گزینه «۳»

اگر مکان متحرک را در لحظه $t = 10s$ برابر X بنامیم، برای تعیین تندی متوسط و سرعت متوسط، باید مقادیر مسافت طی شده و جابه‌جایی را بیابیم، بنابراین داریم:



$$\ell = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 5 - (-5) + |3 - 5| + x - 3$$

$$\Rightarrow \ell = 9 + x \text{ (m)}$$

$$\Delta x = x - (-5) \Rightarrow \Delta x = x + 5 \text{ (m)}$$

حال برای تعیین تندی متوسط و سرعت متوسط در ده ثانیه اول داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 10s]{\ell = 9+x \text{ (m)}} s_{av} = \frac{9+x}{10}$$

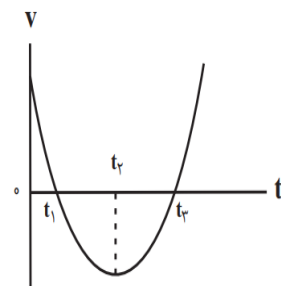
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 10s]{\Delta x = x+5 \text{ (m)}} v_{av} = \frac{x+5}{10}$$

و در آخر داریم:

$$s_{av} - v_{av} = \frac{9+x}{10} - \left(\frac{x+5}{10} \right) = \frac{9+x-x-5}{10}$$

$$\Rightarrow s_{av} - v_{av} = 0.4 \frac{m}{s}$$

۲۰



گزینه درست: ۲

سوال ۲۰

گزینه «۲»

شیب نمودار سرعت - زمان نشان دهنده شتاب لحظه‌ای است.

تندشونده $\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow av > 0$ از t_1 تا t_2

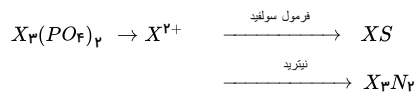
کندشونده $\Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow av < 0$ از t_2 تا t_3

۱

گزینه درست: ۴

سوال ۱

گزینه «۴»



با توجه به بار یون X، می‌تواند در گروه دوم جدول تناوبی باشد.

۲

گزینه درست: ۳

سوال ۲

گزینه «۳»

۳

گزینه درست: ۴

سوال ۳

گزینه «۴»

۴

گزینه درست: ۲

سوال ۴

گزینه «۲»

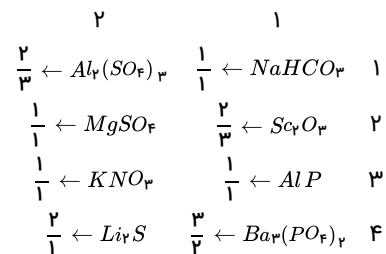
۵

گزینه درست: ۴

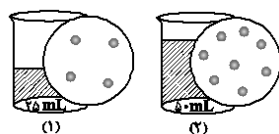
سوال ۵

گزینه «۴»

فرمول شیمیایی و نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب‌های یونی داده شده به صورت زیر است:



۶



گزینه درست: ۱

سوال ۶

گزینه ۱

$$\text{غلظت محلول (۱)} = \frac{4 \times 0.1}{0.025} = 16 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\text{غلظت محلول (۲)} = \frac{8 \times 0.1}{0.05} = 16 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

غلظت هر دو محلول برابر است، بنابراین، با مخلوط شدن آن‌ها هم غلظت تغییر نخواهد کرد.

۷

گزینه درست: ۳

سوال ۷

گزینه ۳

قلع (IV) کلرید: $SnCl_4$ سدیم اکسید: Na_2O

روی نیترات $Zn(NO_3)_2$ باریم هیدرید: BaH_2

$SnCl_4$ یک ترکیب مولکولی است، بنابراین می‌توان به کمک عدد اکسایش آن را نام‌گذاری کرد.

۸

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

نسبت جرم مولی آنیون به کاتیون را در دو ترکیب داده شده محاسبه می‌کنیم:

$$ScPO_4 \Rightarrow \frac{95}{11} = 2/11$$

$$MgSO_4 \Rightarrow \frac{96}{24} = 4$$

$$AlPO_4 \Rightarrow \frac{95}{27} \approx 3/51$$

$$CaSO_4 \Rightarrow \frac{96}{40} = 2/4$$

نسبت جرم مولی آنیون به کاتیون در دو ترکیب دیگر داده شده برابر است با:

۹

گزینه درست: ۲

سوال ۹

گزینه «۲»

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

$$48 = \frac{x}{160} \times 100 \Rightarrow x = 76.8 \text{ g } CaBr_2$$

$$? \text{ mol } CaBr_2 = 76.8 \text{ g } CaBr_2 \times \frac{1 \text{ mol } CaBr_2}{200 \text{ g } CaBr_2}$$

$$= 0.384 \text{ mol } CaBr_2$$

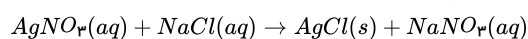
۱۰

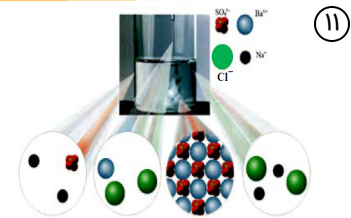


گزینه درست: ۴

سوال ۱۰

رسوب سفید نقره کلرید از واکنش محلول نقره نیترات با محلول سدیم کلرید تشکیل می‌شود. معادله‌ی نمادی مربوط به این واکنش به‌صورت زیر است:



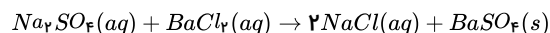


گزینه درست: ۳

سوال ۱۱

گزینه «۳»

ابتدا معادله واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



(آ) نسبت تعداد آنیون به کاتیون در رسوب باریم سولفات ۱ به ۱ است.

(ب) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها:

$$3 - 2 = 1$$

(پ) سدیم سولفات در یک واحد فرمولی دارای ۳ مول یون، باریم کلرید نیز ۳ مول یون دارد؛ در مجموع ۶ مول یون در معادله داریم. از طرفی با احتساب ضریب ۲ در سمت فراورده ۲ مول یون کلرید داریم، بنابراین خواهیم داشت:

$$9 \text{ mol یون} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{6 \text{ mol یون}} = 3 \text{ mol Cl}^-$$

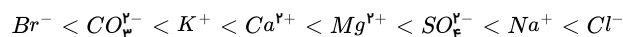
۱۲

گزینه درست: ۱

سوال ۱۲

گزینه «۱»

با توجه به جدول خود را ببازمایید صفحه ۸۷ کتاب درسی شیمی دهم، مقایسه جرم یون‌ها به صورت زیر است:



۱۳

گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

$$M_{Na^+} = M_{NaOH} = 0.25 = \frac{n}{2L} \Rightarrow n = 0.5 \text{ mol NaOH}$$

$$?g \text{ NaOH} = 0.5 \text{ mol NaOH} \times \frac{40g \text{ NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 20g \text{ NaOH}$$

$$\text{درصدجرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{20g}{200g} \times 100 = 10\%$$

۱۴

گزینه درست: ۳

سوال ۱۴

گزینه «۳»

$$\frac{4/5 \text{ mol NaOH}}{1L \text{ محلول}} = \frac{4/5 \text{ mol NaOH}}{1000m \text{ محلول}} = \frac{x \text{ mol NaOH}}{300m \text{ محلول}}$$

$$\Rightarrow 1/35 \text{ mol NaOH}$$

$$1/35 \text{ mol NaOH} \times \frac{40g \text{ NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \Rightarrow 54g \text{ NaOH}$$

$$\text{درصدجرمی} = \frac{54g \text{ NaOH}}{100g \text{ محلول}} \Rightarrow \frac{54g \text{ NaOH}}{100g \text{ آب}} = \frac{54g \text{ NaOH}}{xg \text{ آب}} \Rightarrow x = 66g$$

۱۵

گزینه درست: ۱

سوال ۱۵

گزینه «۱»

یون هیدروکسید OH^-

یون کربنات CO_3^{2-}

یون فسفات PO_4^{3-}

$-6 = (-1) + (-2) + (-3)$: جمع جبری بارها

$1 + 3 + 4 = 8$: مجموع اکسیژن‌های یون‌ها

$2 = -6 + 8$: مجموع بارها و اکسیژن‌ها

۱۶

گزینه درست: ۴

سوال ۱۶

گزینه «۴»

فقط مورد (ت) نادرست است.

موارد (I) و (پ) مطابق کتاب درسی درست‌اند.

مورد (ب) $\Leftarrow$ می‌توان گفت اگر رابطه درصد جرمی را در 10^4 ضرب کنیم، به رابطه ppm می‌رسیم:

$$\underbrace{\frac{\text{حل شونده (g)}}{\text{محلول (g)}} \times 100}_{\text{درصد جرمی}} \times 10^4 = \underbrace{\frac{\text{حل شونده (g)}}{\text{محلول (g)}} \times 10^6}_{\text{رابطه ppm}}$$

مورد (ت) $\Leftarrow$ به جای غلیظ باید «رقیق» نوشته شود.

۱۷

گزینه درست: ۴

سوال ۱۷

گزینه «۴»

دستگاه گلوکومتر، میلی گرم گلوکز در هر دسی لیتر از خون را نشان می‌دهد:

$$\text{گلوکز } 180 \times \frac{\text{گلوکز } 5/25 \times 10^{-3} \text{ mol/g}}{1000 \text{ mL خون}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 94/5 \text{ m گلوکز}$$

۱۸

گزینه درست: ۳

سوال ۱۸

$$\begin{aligned} \text{محلول } 1 \text{ L } Na^+ \text{ mol} &= \frac{1/05 \text{ g}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{10600 \times 10^{-6} \text{ g } Na^+}{1 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } Na^+}{23 \text{ g } Na^+} = 0/48 \text{ mol } Na^+ \\ \Rightarrow M_{Na^+} &= \frac{0/48 \text{ mol}}{1 \text{ L محلول}} = 0/48 \text{ mol. L}^{-1} \end{aligned}$$

۱۹

گزینه درست: ۴

سوال ۱۹

گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: نزدیک به ۷۵٪ سطح زمین را آب پوشانده است.

گزینه «۲»: در واکنش‌های زیست‌کره درشت مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

گزینه «۳»: اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم، آب همه سطح آن را تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتری می‌پوشاند.

گزینه «۲»

گزینه ۱) یکی از منابع تهیه فلز منیزیم، آب دریا می‌باشد و این عنصر به شکل $Mg^{2+}(aq)$ در آب دریا وجود دارد.

گزینه ۲) با افزودن مقداری ماده حل شونده به یک محلول با حجم ثابت، غلظت محلول افزایش می‌یابد.

گزینه ۳) انحلال‌پذیری نمک‌ها در آب تحت تأثیر دما و نوع نمک می‌باشد.

گزینه ۴) باریم سولفات، نقره کلرید و کلسیم فسفات در آب نامحلول اند، بنابراین میزان انحلال‌پذیری آن‌ها کمتر از ۱٪ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

۱

گزینه درست: ۲

سوال ۱

گزینه «۲»

جمله اول دنباله $a_1 \geq 10$ و قدرنسبت $d \geq 9$ است. جمله دهم دنباله هم نباید بزرگتر از ۱۰۰ باشد.

$$a_{10} = a_1 + 9d \leq 100$$

برای d فقط دو مقدار ۹ و ۱۰ قابل قبول است. برای هر دو مقدار تعداد دنباله را حساب می‌کنیم:
(الف)

$$d = 10 \Rightarrow a_1 + 90 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq 10 \xrightarrow{a_1 \geq 10} a_1 = 10$$

یعنی فقط یک دنباله برای $d = 10$ پیدا می‌شود.

(ب)

$$d = 9 \Rightarrow a_1 + 81 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq 19 \xrightarrow{a_1 \geq 10} 10 \leq a_1 \leq 19$$

یعنی برای $d = 9$, $10 + 1 + 19 = 30$ دنباله متفاوت پیدا می‌شود. در نهایت ۱۱ دنباله با شرایط مطلوب پیدا می‌شود.

۲

گزینه درست: ۲

سوال ۲

گزینه «۲»

$$a_1 + a_2 = 32 \Rightarrow a_1 + a_1 q = 32 \Rightarrow a_1(1 + q) = 32 \quad (1)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 96 \Rightarrow 32 + a_1 q^2 + a_1 q^3 = 96$$

$$\Rightarrow a_1 q^2(1 + q) = 64 \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \frac{a_1 q^2(1 + q)}{a_1(1 + q)} = \frac{64}{32} \Rightarrow q^2 = 2$$

$$\frac{a_1 + a_2}{a_5} = \frac{a_1 + a_1 q^2}{a_1 q^4} = \frac{1 + q^2}{q^4} \xrightarrow{q^2=2} \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

۳

گزینه درست: ۴

سوال ۳

گزینه «۴»

با توجه به بیان مسئله خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}} &= \sqrt[3]{(\lambda 1)^{1-2x}} \Rightarrow \sqrt[3]{3^{-3x-9}} = \sqrt[3]{3^{6-\lambda x}} \\ \Rightarrow \frac{-3x-9}{3} &= \frac{6-\lambda x}{3} \Rightarrow \frac{-3x-9}{3} = \frac{6-\lambda x}{3} \\ \Rightarrow -9x-27 &= 16-3\lambda x \Rightarrow 3\lambda x = 43 \Rightarrow x = \frac{43}{3\lambda} \end{aligned}$$

۴

گزینه درست: ۲

سوال ۴

گزینه «۲»

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{a+1}}{\sqrt[3]{2b-1}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow[\text{توان ۱۲}]{\text{طرفین به}} \frac{(a+1)^{\frac{1}{3}}}{(2b-1)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{12} \\ &= \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} \Rightarrow \frac{((a+1)^{\frac{1}{3}})^{12}}{(2b-1)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(a^3 + 2a + 1)^{\frac{1}{3}}}{(2b-1)^{\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{a^3(a + 2 + \frac{1}{a})^{\frac{1}{3}}}{(2b-1)^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^3(2+3)^{\frac{1}{3}}}{(2b-1)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{64} \\ &\Rightarrow \frac{a^3}{(2b-1)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{64} \times \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2^9} \end{aligned}$$

۵

گزینه درست: ۴

سوال ۵

گزینه «۴»

$$\begin{aligned} (a + \frac{1}{a} + 1)^{\frac{1}{2}} (a + \frac{1}{a} - 1)^{\frac{1}{2}} &= ((a + \frac{1}{a})^{\frac{1}{2}} - 1)^{\frac{1}{2}} \\ &= (a^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} + 2 - 1)^{\frac{1}{2}} = (\sqrt{2+2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2+2\sqrt{2}}} + 1)^{\frac{1}{2}} \\ &= (\sqrt{1+2\sqrt{2}+2} + \frac{1}{\sqrt{1+2\sqrt{2}+2}} + 1)^{\frac{1}{2}} \\ &= (\sqrt{2} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + 1)^{\frac{1}{2}} = (\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 + 1)^{\frac{1}{2}} = (2\sqrt{2} + 1)^{\frac{1}{2}} = 1 + 1 + 2\sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

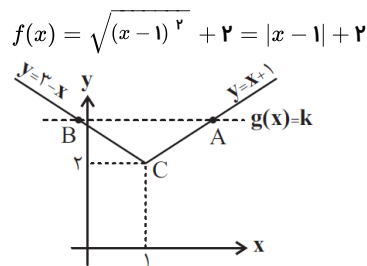
۶

گزینه درست: ۳

سوال ۶

گزینه «۳»

نمودارهای تابع f و g را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



مختصات نقاط A و B را می‌یابیم:

$$x_A : x + 1 = k \Rightarrow x = k - 1$$

$$x_B : 3 - x = k \Rightarrow x = 3 - k$$

پس در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \text{قاعده} = x_A - x_B = 2k - 2 \\ \text{ارتفاع} = k - 2 \end{cases} \\ S = \frac{(2k - 2)(k - 2)}{2} = (k - 2)^2 = 9 \\ \Rightarrow (k - 2) = \pm 3 \xrightarrow{k > 2} k = 5 \end{aligned}$$

۷

گزینه درست: ۴

سوال ۷

گزینه «۴»

ابتدا جواب‌های معادله را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta = (5m+2)^2 - 4(6m^2+5m+1) \\ = 25m^2 + 20m + 4 - 24m^2 - 20m - 4 = m^2$$

پس جواب‌های معادله به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$x = \frac{5m+2 \pm \sqrt{m^2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 3m+1 \\ x = 2m+1 \end{cases}$$

جواب‌ها باید در بازه (۲, ۷) باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 < 3m+1 < 7 \Rightarrow 1 < 3m < 6 \Rightarrow \frac{1}{3} < m < 2 \\ 2 < 2m+1 < 7 \Rightarrow 1 < 2m < 6 \Rightarrow \frac{1}{2} < m < 3 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \frac{1}{2} < m < 2$$

۸

گزینه درست: ۴

سوال ۸

گزینه «۴»

با توجه به وجود $\sqrt{x-6}$ و $\sqrt{6-x}$ و قرینه بودن زیر رادیکال‌ها نتیجه می‌شود که باید داخل هر دو رادیکال صفر باشد. یعنی داریم:

$$x-6=0 \Rightarrow x=6$$

یعنی $x=6$ تنها عضو دامنه است. حال با جای‌گذاری آن در معادله داریم:

$$\sqrt{30}-\sqrt{11}=11$$

که مشاهده می‌شود تنها عضو دامنه جواب معادله نیست و در نتیجه معادله جواب ندارد.

۹

گزینه درست: ۱

سوال ۹

گزینه «۱»

می‌دانیم $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1 = 1$ پس داریم:

$$\sqrt{2}-1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}+1)^{-1}$$

همچنین با توجه به اتحاد مکعب دوجمله‌ای داریم:

$$(\sqrt{2}+1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3 \times (\sqrt{2})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{2} \times 1^2 + 1^3 \\ = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 7 + 5\sqrt{2}$$

حال این عبارات را در نامعادله سوال جایگذاری می‌کنیم:

$$((\sqrt{2}+1)^{-1})^{(-x^2+3x-2)} < ((\sqrt{2}+1)^3)^2 \\ \Rightarrow (\sqrt{2}+1)^{x^2-3x+2} < (\sqrt{2}+1)^6$$

چون $\sqrt{2}+1 > 1$ است داریم:

$$x^2 - 3x + 2 < 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 4 \Rightarrow \begin{cases} b=4 \\ a=-1 \end{cases} \Rightarrow b+2a = 4+2(-1) = 2$$

برای حل این معادله با فرض $\sqrt{x} = t > 0$ ، به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$t^2 - 2t + (m - 1) = 0 \quad (I)$$

اگر بخواهیم از معادله‌ی (I)، دو جواب مثبت متمایز برای t به دست بیاید، باید:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(m - 1) > 0 \Rightarrow m < 2 \quad (1) \\ \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m - 1}{1} > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (2) \\ \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow 2 > 0 \quad (\text{همواره برقرار است}) \end{cases}$$

$$1 < m < 2$$

از اشتراک (۱) و (۲):

اما اگر $m = 1$ باشد، به معادله‌ی $x - 2\sqrt{x} = 0$ می‌رسیم که یک ریشه‌ی صفر و یک ریشه‌ی ۴ را دارد. پس:

$$1 \leq m < 2$$

گزینه «۱»

با توجه به آن‌که تابع f اکیداً صعودی است، به ازای $x < 1$ منفی و به ازای $x > 1$ مثبت است. حال با تعیین علامت عبارت زیر رادیکال داریم:

$$(x^3 - x)f(x) \geq 0$$

$$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

	-۱	۰	۱	
$x^3 - x$	-	+	-	+
$f(x)$	-	-	-	+
P	+	-	+	+

دامنه $\sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ برابر $R - (-1, 0)$ است، بنابراین:

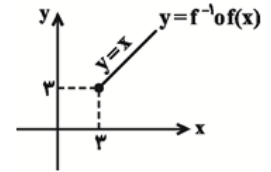
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

۱۳

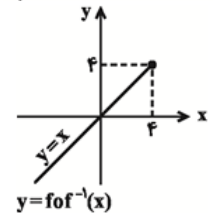
گزینه درست: ۴

سوال ۱۳

می‌دانیم $y = f^{-1} \circ f(x)$ تابعی همانی روی دامنه f است. پس نمودار $y = f^{-1} \circ f(x)$ به شکل مقابل است:



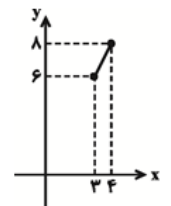
از سوی دیگر $y = f \circ f^{-1}(x)$ تابع همانی روی برد f (دامنه f^{-1}) است پس نمودار $y = f \circ f^{-1}(x)$ به شکل مقابل است:



دامنه $g(x)$ اشتراک دامنه‌های $f \circ f^{-1}(x)$ و $f^{-1} \circ f(x)$ می‌باشد یعنی: $D_g = [3, 4]$ و ضابطه $g(x)$ نیز جمع ضابطه‌های $f \circ f^{-1}(x) = x$ و $f^{-1} \circ f(x) = x$ بنابراین:

$$g(x) = 2x \quad 3 \leq x \leq 4$$

پس نمودار $y = g(x)$ به شکل مقابل است:



بنابراین طول نمودار تابع $g(x)$ برابر است با:

$$d = \sqrt{(3-4)^2 + (6-8)^2} = \sqrt{5}$$

۱۴

گزینه درست: ۳

سوال ۱۴

گزینه «۳»

در به دست آوردن $g \circ f\left(\frac{-5}{3}\right)$ داریم:

$$f\left(\frac{-5}{3}\right) = 2\left[\frac{-5}{3}\right] - \left(\frac{-5}{3}\right) = 2(-2) + \frac{5}{3} = \frac{-7}{3}$$

$$g\left(f\left(\frac{-5}{3}\right)\right) = g\left(\frac{-7}{3}\right) (*)$$

در ضابطه تابع g داریم:

$$g(x) = f([x + f(x)]) \quad \underline{f(x) = 2[x] - x} \quad f([x + 2[x] - x]) \\ = f([2[x]]) = f(2[x])$$

در (*) داریم:

$$g\left(\frac{-7}{3}\right) = f\left(2\left[\frac{-7}{3}\right]\right) = f(-6) = 2[-6] - (-6) = -6$$

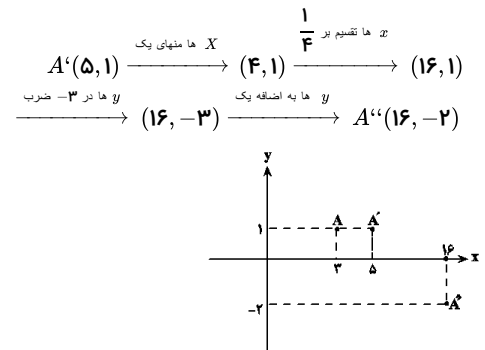
۱۵

گزینه درست: ۲

سوال ۱۵

گزینه «۲»

$A = (3, 1) \in y = f(2x - 1) \Rightarrow 1 = f(2(3) - 1) \Rightarrow f(5) = 1$
پس نقطه $A'(5, 1)$ واقع بر منحنی تابع $y = f(x)$ می‌باشد.



تابع یکنواست $\Rightarrow$ تابع نزولی است $\Rightarrow g = \{(3, 1), (5, 1), (16, -2)\}$

۱۶

گزینه درست: ۳

سوال ۱۶

گزینه «۳»

اول تابع $f(x)$ را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 1 = (x - 2)^3 + 1$$

$$\Rightarrow x - 2 = \sqrt[3]{y - 1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y - 1} + 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 1} + 2$$

نمودار تابع g را باید یک واحد به سمت راست و دو واحد به سمت بالا انتقال دهیم تا بر نمودار تابع f^{-1} منطبق شود.

$$f^{-1}(x) = g(x - 1) + 2$$

۱۷

گزینه درست: ۴

سوال ۱۷

گزینه «۴»

۱) $x \in D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

۲) $g(x) \in D_f \quad D_f : 0 \leq x \leq 2$

$0 \leq \frac{x+1}{x-2} \leq 2 \Rightarrow x \leq -1 \vee 5 \leq x$

$D_{fog} = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

$x = 0, 1, 2, 3, 4 \notin D_{fog}$

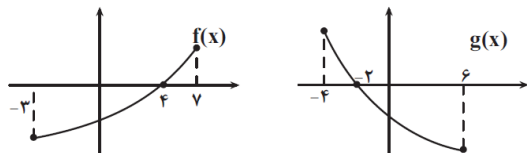
۱۸

گزینه درست: ۳

سوال ۱۸

گزینه «۳»

ابتدا وضعیت $f(x)$ و $g(x)$ را نسبت به محور x ها (برای بررسی علامت‌ها) مطابق شکل مشخص می‌کنیم:

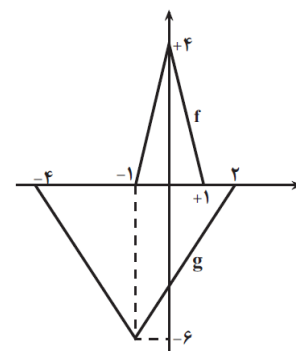


حال جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$x-1$	-	-	-	-	۰	+	+	+	+	+	+	+	+
$f(x)$	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+
$g(x)$	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-
$(x-1)f(x)g(x)$	-	-	-	-	۰	-	-	-	-	-	-	-	-

پس دامنه y برابر است با: $[-۳, -۲] \cup [۱, ۴]$ که شامل ۶ عدد صحیح است.

۱۹



گزینه درست: ۴

سوال ۱۹

گزینه «۴»

در گام اول g را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم $g(x-1) \leftarrow$

سپس طول نقاط را $\frac{1}{3}$ برابر می‌کنیم $g(3x-1) \leftarrow$

و در نهایت عرض نقاط را $-\frac{2}{3}$ برابر می‌کنیم $-\frac{2}{3}g(3x-1) \leftarrow$

۲۰

گزینه درست: ۳

سوال ۲۰

گزینه «۳»

تنها تابعی که هم صعودی است و هم نزولی، تابع ثابت است، پس ضرایب متغیر x در ضابطه تابع f برابر صفر هستند:

$$m = n = 0 \Rightarrow f(x) = -k$$

$$\xrightarrow{m=n=0} \{(0, -1), (0, k), (-1, -1), (3k+2, 2k+1)\}$$

شرط تابع بودن مجموعه بالا این است که زوج مرتب‌های $(0, -1)$ و $(0, k)$ برابر باشند، پس داریم:

$$k = -1 \Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow f(\sqrt{5}) = 1$$